

Etude expérimentale de la stabilité de l'écoulement de films de fluide non Newtonien sur plan incliné.

M. H. ALLOUCHE^a, V. BOTTON^a, D. HENRY^a, S. MILLET^a,
H. BEN HADID^a, R. USHA^b

- a. Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, CNRS/Université de Lyon,
Ecole Centrale de Lyon / Université Lyon 1 / INSA de Lyon, ECL, 36 Avenue Guy de
Collongue, 69134 Ecully Cedex, France
- b. Department of Mathematics, Indian Institute of Technology Madras, Chennai 600 036,
India

Résumé :

Nous étudions la stabilité de l'écoulement de films de fluide rhéofluidifiant (pseudoplastique) sur plan incliné. Nous modélisons la viscosité des fluides utilisés par la loi de Carreau. Afin de caractériser nos fluides, nous utilisons l'électrocapillarité comme technique optique consistant à étudier la propagation et l'atténuation d'ondes capillaires. Les résultats de mesures permettent en particulier de déterminer la viscosité à des valeurs de cisaillement aussi faibles que $10^{-3} s^{-1}$. Notre objectif est d'étudier expérimentalement la stabilité de films rhéofluidifiants sur plan incliné. Pour des valeurs fixées de l'angle d'inclinaison, nous avons déterminé le seuil critique expérimental et tracé la courbe marginale de stabilité sur les plans (Re, f) et (Re, k) pour nos différents fluides. Nous trouvons que nos résultats expérimentaux sont en bon accord avec les résultats numériques, et confirment l'effet rhéofluidifiant déstabilisant relativement au cas Newtonien.

Abstract :

We study the stability of shear-thinning (pseudoplastic) fluid films flow down an inclined plane. We focus on fluids obeying the Carreau law. An optical technique called electrocapillarity has been implemented in order to determine the surface tension and viscosity, at values of the shear rate as small as $10^{-3} s^{-1}$, by studying the damping of propagating capillary waves. The main objective of this work is to experimentally study the linear stability of shear-thinning fluid films flow. For a fixed inclination angle, the experimental study essentially consists in measuring the cutoff frequency and wavelength of primary waves, and then determining the critical Reynolds number. The experimental results presented in the (Re, f) and (Re, k) planes are in good agreement with the numerical results, and confirm the destabilizing effect of the shear-thinning properties in comparison with the Newtonian case.

Mots clefs : Stabilité ; Rhéologie ; Films minces ; Surface libre.

1 Introduction

Dans ce travail expérimental, nous nous intéressons aux fluides rhéofluidifiants (pseudoplastiques) qui forment une classe de liquides visqueux non linéaires dont la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Nous étudions expérimentalement pour la première fois, à notre connaissance, l'influence du comportement non Newtonien dans la stabilité de l'écoulement de film mince tombant par gravité le long d'un plan incliné.

D'un point de vue rhéologique, il existe plusieurs lois semi-empiriques destinées à décrire la viscosité des liquides rhéofluidifiants comme fonction du taux de cisaillement ; nous choisirons tout au long de ce travail de la modéliser principalement par la loi de Carreau, qui a la particularité de présenter une région de comportement Newtonien pour les faibles valeurs du cisaillement local, et dont l'expression s'écrit :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[1 + \left(\dot{\gamma} / \dot{\gamma}_c \right)^2 \right]^{(n-1)/2}, \quad (1)$$

où η_0 et η_∞ désignent respectivement la viscosité à cisaillement nul et infini. Pour des valeurs du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ inférieures (*resp.* supérieures) à $\dot{\gamma}_c$, les liquides rhéofluidifiants de Carreau ont un comportement Newtonien de viscosité η_0 (*resp.* se comportent comme des liquides en loi de puissance d'indice n tel que $0 < n < 1$). Nous montrons aussi, à travers une étude expérimentale préliminaire, que le modèle de Carreau est celui qui décrit le mieux le comportement de fluides rhéofluidifiants faiblement concentrés, en complétant les mesures issues du rhéomètre par des mesures de viscosité à taux de cisaillement quasi-nul. La connaissance précise des paramètres apparaissant dans la loi de Carreau est d'un poids majeur dans notre étude de stabilité ; nous verrons que tous les paramètres physiques décrivant la rhéologie du fluide peuvent de manière significative déplacer le seuil critique en termes de nombre de Reynolds. Nous avons mis en place une technique optique non intrusive permettant de générer des ondes capillaires dont nous étudions la propagation sous dissipation visqueuse sur une large gamme de fréquence [1]. D'abord validée sur des solutions Newtoniennes de viscosité connue, cette méthode appelée *électrocapillarité* est appliquée pour caractériser rhéologiquement deux solutions de polymère rhéofluidifiant disponibles en laboratoire : le Carboxymethylcellulose (CMC, E466) et la gomme Xanthane (E415). Nous considérons le régime linéaire où les ondes de surface sont exclusivement sinusoïdales, et l'amplitude supposée la plus petite possible.

Le problème théorique de stabilité linéaire dans le cas Newtonien est relativement bien compris depuis les travaux pionniers de Yih [2]. Par la suite, les travaux expérimentaux de Liu et al. [3] ont montré que le seuil critique linéaire évolue bien comme une fonction décroissante de l'angle d'inclinaison. A angle d'inclinaison fixé, nous présentons nos résultats expérimentaux de courbe marginale de stabilité classiquement dans le plan (Re, f) , que nous comparerons aux résultats numériques de stabilité temporelle via les mesures de longueurs et célérités d'ondes marginales dans les plans (Re, k) et (Re, c) .

2 Caractérisation rhéologique des fluides utilisés

Le cadre de notre étude nous astreint à ne considérer que des fluides purement visqueux (Generalized Newtonian Fluids). Ce modèle comprend les fluides Newtoniens, ainsi que les fluides non Newtoniens pour lesquels la contrainte visqueuse peut toujours s'écrire comme une fonction du taux de cisaillement, *via* une viscosité effective qu'il est possible de déterminer expérimentalement. D'un point de vue théorique, lorsqu'un écoulement présente une surface libre ou une symétrie plane ou axiale, le nombre de Reynolds est souvent défini dans le cas rhéofluidifiant comme étant basé sur la viscosité

limite à taux de cisaillement nul (Rousset et al. [4], Nouar et al. [5]). Il s'agit de la viscosité observée à la surface libre et aux points de symétrie. Il apparaît donc crucial d'être en mesure de la déterminer avec précision.

Nous utilisons dans un premier temps un rhéomètre dans notre étude pour caractériser nos solutions pour des cisaillements pas trop faibles. Ces mesures seront réalisées avec un rhéomètre rotatif de Couette *Rheomat RM115-A*.

L'*électrocapillarité* est une technique optique peu intrusive générant des ondes capillaires et permettant des mesures d'atténuation et de longueur d'onde spatiale à fréquence d'excitation fixée (Sohl et al. [6], Behroozi et al. [7]). Néanmoins, à notre connaissance, elle n'a jamais été utilisée pour des fluides purement visqueux. Elle a pourtant l'avantage de se baser sur des déformations extrêmement faibles du milieu ; elle peut donc donner accès à la viscosité à très faible cisaillement. A l'instar de Sohl et al. [6], nous utilisons une lame de rasoir dans le but de générer des ondes planes ($\lambda \sim 1\text{mm}$; $f \sim 100\text{Hz}$), tandis que d'autres auteurs choisissent de générer des ondes cylindriques. Pour une fréquence d'excitation donnée, l'application du champ électrique entre la lame située le plus près possible de la surface libre et une électrode plongée dans la solution de fluide va induire la déformation de l'interface : le fluide va localement tendre à s'élever au niveau de la lame et les forces opposées à ce mouvement seront généralement les forces de tension de surface et la gravité. Avec notre choix de configuration électrique, nous observons des ondes capillaires répondant à la fréquence fondamentale (*i.e.* la fréquence d'excitation). Une façon de détecter les ondes consiste à les scanner localement par réflexion de faisceau laser [1]. Le traitement du signal local oscillant est réalisé par une méthode de démodulation synchrone qui fournit l'amplitude et la phase d'un signal périodique de fréquence connue même s'il est très bruité. Enfin, la détermination des caractéristiques ondulatoires (*i.e.* coefficient d'atténuation spatiale et longueur d'onde) requiert un plus grand nombre de mesures locales, suivant la direction de propagation.

Dans le cas d'un fluide Newtonien, plusieurs modèles théoriques ont été proposés depuis Lamb [8] pour décrire la propagation de ces ondes au niveau d'une interface liquide/air. L'approche la plus généralement choisie revient à écrire la relation de dispersion en projetant les équations linéarisées de la dynamique des fluides au niveau de la surface libre d'un fluide de densité ρ , viscosité η , et tension de surface σ . Cette relation se présente sous une forme généralement complexe reliant les différentes propriétés physiques du fluide aux caractéristiques de l'onde, *i.e.* la fréquence angulaire $\omega=2\pi f$, le nombre d'onde réel $k=2\pi/\lambda$, avec λ la longueur d'onde, et α_{att} l'atténuation spatiale. L'approche que nous présentons ici, et qui est développée par Behroozi et al. [7] dans le cas Newtonien, est relativement différente puisque le nombre d'onde sera défini comme un nombre d'onde réel, et aucune grandeur complexe ne sera considérée. Elle présente un certain nombre d'avantages : *i)* physiquement ceci revient à considérer les forces de tension de surface (dominantes) et de gravité (secondaires) comme étant pratiquement les uniques responsables de la déformation de l'interface, en d'autres termes que la longueur d'onde est presque entièrement déterminée par la tension de surface ; *ii)* en écrivant le théorème de l'énergie cinétique localement au niveau de la surface libre, le problème est découplé et une expression reliant proportionnellement la viscosité à l'atténuation spatiale est proposée :

$$\eta = \rho v_g \alpha_{att} / 2k^2, \quad (2)$$

où $v_g = d\omega/dk$ représente la vitesse de groupe qui intervient physiquement dans l'expression de l'énergie cinétique du paquet d'ondes.

Allouche et al. [1] ont validé cette méthode dans le cas de solutions Newtoniennes de glycérine, et l'ont appliquée à des solutions rhéofluidifiantes faiblement concentrées en CMC et gomme Xanthane. Le cisaillement $\dot{\gamma}$ appliqué au niveau de la surface libre par l'onde capillaire peut être borné par l'inégalité :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \min(a\omega) (\alpha + k) \leq \dot{\gamma} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \max(a\omega) (\alpha + k). \quad (3)$$

Nous avons fait évoluer le cisaillement à travers la gamme de fréquences, et en jouant sur l'amplitude des ondes par le biais de la tension sinusoïdale injectée. Pour une concentration fixée en CMC et gomme Xanthane, nous avons effectué nos mesures et nous constatons que les résultats se superposent très bien les uns aux autres. Les résultats présentés sur la figure 1 montrent en d'autres termes que les valeurs mesurées de viscosité ne sont influencées ni par la fréquence ni par l'amplitude, ce qui indique qu'elles ne sont pas influencées par le cisaillement appliqué, estimé par l'équation (3) sur une plage $\dot{\gamma} = 10^{-3} - 10^{-1} \text{ s}^{-1}$. Sur cette plage de cisaillement, les solutions de CMC et de gomme Xanthane possèdent bien un comportement Newtonien pour lequel la viscosité ne dépend pas du cisaillement.

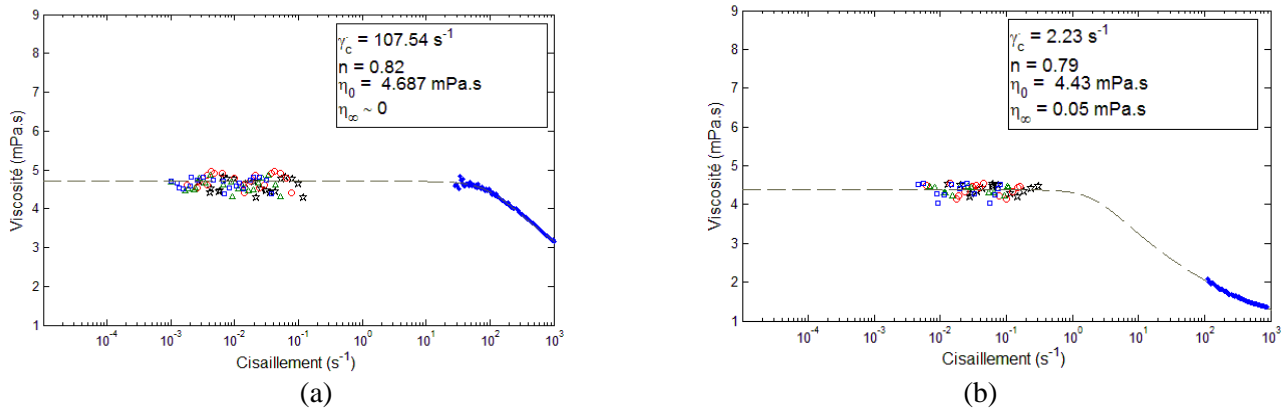


FIG. 1 : Rhéogramme final de la solution à 0.075% en masse de CMC (a) et de la solution à 0.08% en masse de gomme Xanthane (b). Projection des mesures de viscosité tirées de l'électrocapillarité via l'équation (2) (marqueurs vides) au sein des mesures réalisées par rhéométrie (points bleus). Les tirets représentent un ajustement suivant la loi de Carreau (Eq. (1)).

3 Stabilité linéaire de films rhéofluidifiants

Nous nous intéressons essentiellement aux ondes primaires, c'est-à-dire des ondes sinusoïdales qu'on observe tant que le régime linéaire est maintenu. Le dispositif expérimental a été présenté et validé dans le cas Newtonien par M. H. Allouche [9] à l'instar de Liu et al. [3]. Après caractérisation rhéologique des fluides rhéofluidifiants utilisés, nous présentons nos résultats expérimentaux de carte de stabilité marginale à angle fixé en parallèle avec les résultats numériques obtenus que ce soit par résolution de l'équation d'Orr-Sommerfeld généralisée [4], ou à partir des expressions asymptotiques du nombre de Reynolds critique trouvées dans la littérature pour un fluide en loi de puissance [10], et en loi de puissance régularisée par un plateau Newtonien [11]. Nous avons choisi deux fluides (fluides dits n°3 et n°4) de façon à ce que l'écoulement uniforme produise un cisaillement de base dont l'étendue dépasse la largeur du plateau Newtonien, dans le but de garantir un comportement significativement rhéofluidifiant de notre film. La figure 2 montre que la détection d'ondes primaires reste difficile au voisinage du seuil critique ($f < 1 \text{ Hz}$; $\lambda > 18 \text{ cm}$) tout comme l'avaient observé Liu et al. [3]. Les valeurs de nombre de Reynolds critique expérimental sont nettement plus faibles que celles du cas Newtonien pour le même angle d'inclinaison. Il s'agit là, à notre connaissance, de la première observation expérimentale de cette déstabilisation du film lorsque le fluide devient rhéofluidifiant (pseudoplastique). Cette observation confirme les prédictions théoriques de la littérature.

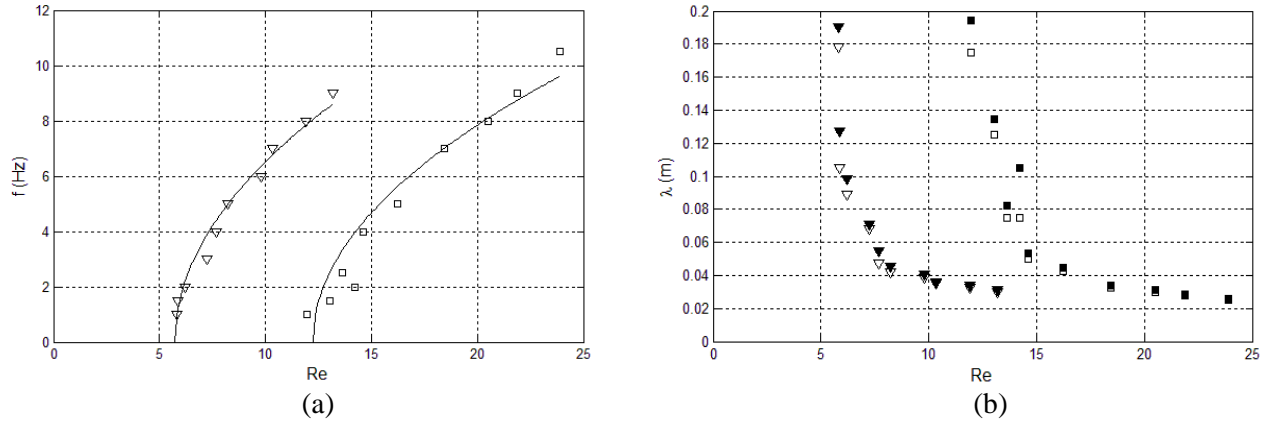


FIG. 2 : (a) Courbe marginale de stabilité dans le plan (Re, f) pour les fluides n°3 (carrés) et n°4 (triangles) étudiés respectivement à un angle d'inclinaison de 3.5° et 7° . Les marqueurs vides correspondent aux mesures de fréquence de coupure au nombre de Reynolds considéré. Les traits pleins correspondent à un ajustement des mesures expérimentales à l'in-star de Liu et al. [3] et l'extrapolation de cette courbe aux fréquences nulles fournit un nombre de Reynolds critique expérimental $Re_c = 12.23$ et $Re_c = 5.725$ respectivement. (b) Longueur des ondes marginales mesurée (marqueurs vides) superposée aux valeurs issues des résultats numériques (marqueurs pleins). Les propriétés de nos fluides sont telles que : $\eta_0 = 8.41 \text{ mPa.s}$, $\gamma_c = 77.8 \text{ s}^{-1}$, $n = 0.881$, $\rho = 993 \text{ Kg.m}^{-3}$ pour le fluide n°3 et $\eta_0 = 16 \text{ mPa.s}$, $\gamma_c = 74.1 \text{ s}^{-1}$, $n = 0.804$, $\rho = 1004 \text{ Kg.m}^{-3}$ pour le fluide n°4.

Nous effectuons sur les deux fluides des mesures de fréquence de coupure ainsi que de longueur d'ondes marginales sur une gamme de nombre de Reynolds, $Re = 12-24$ (fluide n°3) et $Re = 5-14$ (fluide n°4). La figure 2(a) donne les mesures de fréquence de coupure dans le plan (Re, f) pour ces deux fluides et la figure 2(b) donne les mesures de la longueur des ondes marginales, superposées aux valeurs prédites numériquement. La figure 3 donne enfin la comparaison expérience/numérique dans le plan (Re, k) . En réalité, à angle d'inclinaison fixé et pour un fluide donné, le paramètre adimensionnel L et le nombre de capillarité Ca définis théoriquement par Rousset et al. [4] dépendent du débit - et de ce fait du nombre de Reynolds ; pour comparer aux résultats expérimentaux, nous avons donc considéré dans nos calculs numériques d'une part les situations extrêmes du couple (L, Ca) et d'autre part une situation où L et Ca suivent les variations de Re . Nous voyons sur la figure 3 que les calculs s'ajustent bien aux résultats expérimentaux. Notons que la courbe obtenue avec L et Ca variables est celle qui produit le meilleur ajustement.

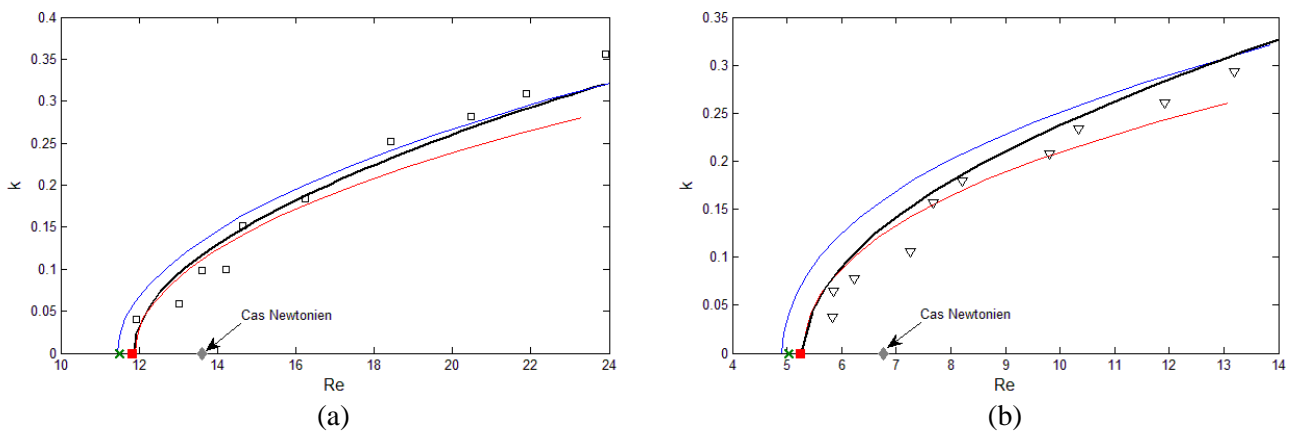


FIG. 3 : Courbe marginale de stabilité dans le plan (Re, k) pour les fluides n°3 (a) et n°4 (b) étudiés respectivement à un angle d'inclinaison de 3.5° et 7° . Les marqueurs vides correspondent aux valeurs adimensionnées des mesures de nombre d'onde de coupure au nombre de Reynolds considéré. Les résultats numériques de courbe neutre sont représentés en trait noir épais en faisant varier la valeur

du paramètre rhéofluidifiant L et du nombre de capillarité Ca en fonction de l'écoulement (i.e. du nombre de Reynolds). Cette courbe est enveloppée par deux courbes numériques obtenues dans les deux situations extrêmes où on fixe soit le couple ($L_{max}-Ca_{min}^{-1}$) (courbe bleue représentant le cas le plus instable) soit le couple ($L_{min}-Ca_{max}^{-1}$) (courbe rouge représentant le cas le plus stable). Numériquement on obtient respectivement un nombre de Reynolds critique $Re_c=11.9$ et $Re_c=5.28$. Nous affichons aussi les valeurs de seuil critique obtenu par Ng & Mei [10] (croix verte) et par Ruyer-Quil et al. [11] (symbole plein rouge), ainsi que le cas Newtonien en losange gris. Les propriétés physiques et rhéologiques des fluides utilisés sont données sur la figure 2.

4 Conclusion

Dans la gamme des L modérés dans laquelle nous avons pu obtenir des résultats expérimentaux et numériques, le comportement faiblement rhéofluidifiant de nos fluides fait que numériquement nous obtenons des valeurs proches du nombre de Reynolds critique à angle d'inclinaison donné, quelle que soit la modélisation de la viscosité. Les mesures de longueurs d'ondes marginales (jusqu'à 15-20cm près du seuil critique) s'ajustent bien à celles obtenues numériquement, en délimitant correctement la courbe de stabilité marginale dans les plans (Re,f) et (Re,k) . Pour ces fluides de faibles propriétés rhéofluidifiantes, on observe aussi que le rapport entre la célérité critique des ondes, et l'estimation Newtonienne de la vitesse de l'écoulement à la surface libre, est légèrement plus grand que dans le cas Newtonien, ce qui est conforme aux prédictions numériques obtenues par Millet et al. [12]. Des extensions de ces études expérimentales vers les cas de deux couches ou d'une couche sur fond poreux, déjà traités numériquement par Millet et al. [13] et Usha et al. [14], sont envisagées.

Références

- [1] M. H. Allouche, V. Botton, D. Henry, S. Millet, R. Usha, and H. Ben Hadid 2015. J. Non-Newton. Fluid Mech. 215, 60–69.
- [2] C.-S. Yih 1963. Phys. Fluids 6, 321–334.
- [3] J. Liu, J. D. Paul, and J. P. Gollub 1993. J. Fluid Mech. 250, 69–101.
- [4] F. Rousset, S. Millet, V. Botton, and H. Ben Hadid 2007. J. Fluids Eng. 129, 913–920.
- [5] C. Nouar, A. Bottaro, and J. P. Brancher 2007. J. Fluid Mech. 592, 177–194.
- [6] C. H. Sohl, K. Miyano, and J. B. Ketterson 1978. Rev. Sci. Instrum. 49, 1464–1469.
- [7] F. Behroozi, J. Smith, and W. Even 2011. Wave Motion 48, 176–183.
- [8] H. Lamb 1945. Hydrodynamics, 6th Edition, Dover.
- [9] M. H. Allouche, Etude théorique et expérimentale de la stabilité de l'écoulement de films de fluide non-Newtonien sur plan incliné, Thèse, Université Lyon I, 2014.
- [10] C.-O. Ng and C. C. Mei 1994. J. Fluid Mech. 263, 151–184.
- [11] C. Ruyer-Quil, S. Chakraborty, and B. S. Dandapat 2012. J. Fluid Mech. 692, 220–256.
- [12] S. Millet, V. Botton, F. Rousset, and H. Ben Hadid 2008. Phys. Fluids 20, 031701.
- [13] S. Millet, V. Botton, H. Ben Hadid, D. Henry, and F. Rousset, 2013. Phys. Rev. E 88, 043004.
- [14] R. Usha, S. Millet, H. Ben Hadid, and F. Rousset, 2011. Chem. Eng. Sci. 66, 5614–5627.